



» Riikka Mononen, KT,  
apulaisprofessori (matemaattiset oppimisvaikeudet)  
Erityispedagogiikan laitos, Oslon yliopisto

# Matemaattiset oppimisvaikeudet – selittäviä tekijöitä

Tutkimustieto matemaattisista oppimisvaikeuksista on lisääntynyt huomasti viime vuosina. Verrattuna lukemisen ja kirjoittamisen oppimisvaikeuksiin tutkimusala on kuitenkin vielä nuori. Tästä syystä matemaattisiin oppimisvaikeuksiin – kuten niiden syihin, toimiviin arviointi- ja interventiomenetelmiin – liittyy vielä monia avoimia kysymyksiä. Tässä artikkelissa pyritään kuvaamaan niitä tekijöitä, joiden on tutkimuksissa havaittu olevan yhteydessä matemaattisten taitojen oppimiseen ja mahdollisesti selittävän matemaattisia oppimisvaikeuksia.

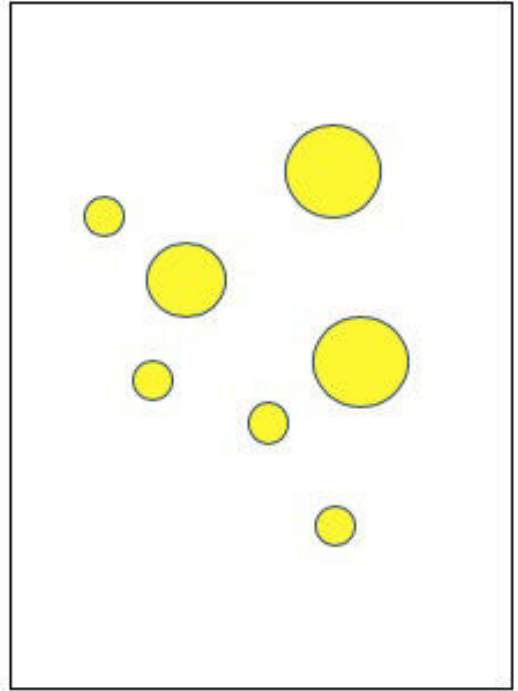
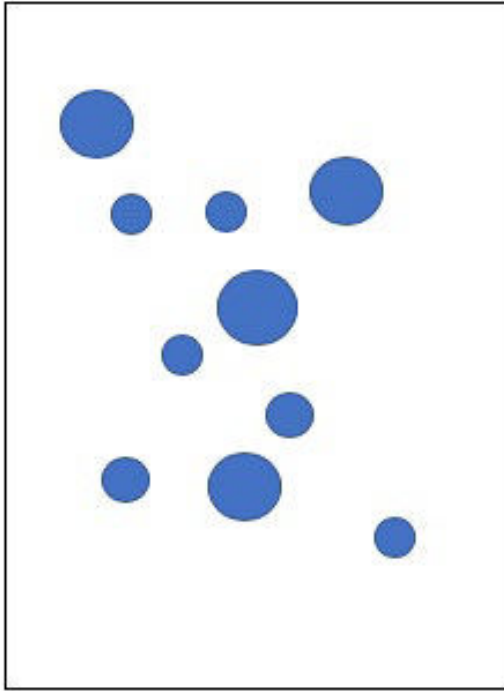
## Miksi matematiikan oppiminen ja osaaminen on joillekin vaikeaa?

Noin 15–20 %:lle oppilaista matematiikan oppiminen on vaikeaa, ja heidän taitonsa ovat selvästi ikätovereitaan heikompia. Nämä oppilaat opettaja pystyy usein tunnistamaan havainnollalla oppilaiden työskentelyä matematiikan tunneilla, seuraamalla annetun opetuksen vaikuttavuutta ja teettämällä erilaisia matemaattisia taitoja arvioivia tehtäviä (esim. kokeet ja testit). Jos matemaattisia taitoja arvioiva testi sisältää tutkimukseen perustuvan vertailuaineiston, voi opettaja sen avulla luotettavasti verrata oppilaan suoritusta ikätasoiseen suoritukseen. Mutta miksi nämä lapset ja nuoret suoriutuvat ikätovereitaan heikommin matemaattisissa tehtävissä ja oppiminen on vaikeaa? Tutkijat ovat pyrkineet selvittämään eri tekijöiden, kuten kognitiivisten taitojen, motivaation ja oppimisympäristön, osuutta matemaattisiin oppimisvaikeuksiin. Näitä mahdollisia selittäviä tekijöitä esitellään tässä artikkelissa.

## *Dyskalkulia – heikko lukumääräisyyden taju*

Erittäin heikon matemaattisen osaamisen, eli dyskalkulian (esiintyvyyys noin 5–7 %), syynä pidetään häiriötä niissä neurokognitiivisissa toiminnoissa, joita tarvitaan lukumääräisyyden ymmärtämisessä ja käsittelyssä (Butterworth 2019). Heikkous lukumääräisyyden tajussa hankaloittaa huomattavasti peruslaskutaidon (yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolaskutaidon) oppimista. Lasten ja nuorten kohdalla dyskalkuliasta käytetään usein käsitettä ”kehityksellinen dyskalkulia” tai ICD-10-tautiluokituksessa ”kehityksellinen laskeutumiskyvyn häiriö” (World Health Organization 2011), jolloin tehdään ero sellaiseen matemaattiseen oppimisvaikeuteen, mikä on tullut myöhemmin esimerkiksi aivovaurion seurauksena.

Lukumääräisyyden taju arvioidaan usein tehtävillä, joissa oppilaan tulee arvioida nopeasti kumpi hänen näkemästään kahdesta lukumäärästä (esim. pisteillä esitettynä) tai luvusta on suurempi. Ne, joille lukumäärien likimääräinen arviointi on vaikeaa, valitsevat useammin väärän



Kuvio 1. Lukumääräisyyden tajua arvioiva vertailutehtävä. Kumpia pisteitä on enemmän, sinisiä vai keltaisia?

vaihtoehdon ja/tai ovat hitaampia tehtävässä kuin ne, joilla on hyvä lukumääräisyyden taju. Viimeaikaisin tutkimus osoittaa myös, että symbolisella lukumääräisyyden tajulla (esim. tehtävänä valita kumpi on suurempi luku, 9 vai 4) on vahvempi yhteys matemaattisiin oppimisvaikeuksiin kuin ei-symbolisella lukumääräisyyden tajulla.

Myös pienten lukumäärien (2–4) laskeminen nopeasti on usein huomattavasti hitaampaa niille, joilla on heikko lukumääräisyyden taju. Siinä missä useimmat pystyvät erittäin nopeasti sanomaan pienen lukumäärän pisteet tai esineet suoraan (esim. ”neljä”), laskee oppilas, jolla on heikko lukumääräisyyden taju, nämä yksitellen (esim. ”yksi, kaksi, kolme, neljä”).

*Muista syistä johtuva heikko osaaminen matematiikassa*

Lukumääräisyyden tajun lisäksi on myös paljon muita tekijöitä, jotka vaikuttavat matematiikan

oppimiseen, kuten muut kognitiiviset taidot (esim. työmuisti ja kieli), motivaatio, emootiot ja oppimisympäristö. Heikon matemaattisen osaamisen (esiintyvyyys n. 10–15 %) taustalla voi siis olla myös esimerkiksi työmuistin tai kielellisten taitojen heikkoutta, matematiikka-ahdistusta tai huonoa matematiikan opetusta – tai näiden yhdistelmiä. Pääasiallinen syy vaikeuksiin on siis muu kuin kehityksellisessä dyskalkuliassa (Butterworth 2019). Koska matemaattisten oppimisvaikeuksien taustalla voi siis olla useampia selittäviä tekijöitä, kattava arviointi mahdollisten syiden selvittämiseksi on tärkeää. Taustalla oleva mahdollinen tekijä tai tekijät tulisi ottaa huomioon suunniteltaessa lapsen ja nuoren tarvitsemaa tukea matematiikan oppimisessa. Tuleeko esimerkiksi pureutua aluksi pääasiassa lukumääräisyyden tajua kehittäviin harjoitteisiin vai ottaa huomioon myös heikon kielitaidon tuomat haasteet tai lapsen kokema matematiikka-ahdistus?

### *Kielelliset taidot*

Lapsen tulee osata jo varhain ymmärtää ja käyttää kieltä erilaisissa matemaattisissa tehtävissä. Ymmärtääkseen lukusanojen ja numerosymbolien yhteyden lapsen tulee ymmärtää lukusanan merkitys ja säännöt, joiden mukaan lukusana rakentuu. Lukusanat muodostetaan eri kielissä hieman eri tavoin. Osa kielistä, kuten kiina, on varsin läpinäkyvä itse luvun rakenteelle (10-järjestelmä). Esimerkiksi lukusana 74 muodostetaan sanoista ”seitsemän-kymmenen-neljä”. Saksan kielessä luku sitä vastoin muodostetaan käänteisesti (vierrundsiebzig), seitsemän ja kymmenen eivät ole lukusanassa perusmuodossa (sieben ja zehn) ja lukusanasta löytyy myös ja-sana (und). Suomen kielessä vastaavuus lukusanan ja luvun rakenteen välillä on melko läpinäkyvä ja systemaattisesti rakentuva. Luvut 11–19 sanotaan numerosymboleilla kirjoitettuun lukuun nähden käänteisesti, mutta luvun 20 jälkeen lukujen muodostaminen rakentuu pitkälti samalla periaatteella (esimerkiksi kuinka monta kymmentä ja ykköstä luvussa on).

Vertailuun liittyvät sekä paikkaa ja suuntaa ilmaisevat käsitteet tulevat monille lapsille tutuiksi jo ennen kouluikää. ”Minulla on vähemmän karkkeja kuin Mikolla.” ”Iinalla on eniten leluja.” Myöhemmin lapsen tulee osata liittää eri vertailusanoihin myös oikea vertailumerkki (esim. < tarkoittaa ”pienempi kuin”). Paikkaa ja suuntaa ilmaisevat käsitteet ovat tärkeitä ymmärtää, esimerkiksi kun lasketaan vasemmalta oikealle ( $3 + 4 =$ ) tai ylhäältä alas (allekkainlasku). Eri laskutoimituksiin liittyy myös eri käsitteitä ilmaisemaan samaa asiaa. Esimerkiksi

yhteenlaskun yhteydessä esiintyy sanoja ”plus”, ”yhteen”, ”summa”, ”lisää”, ”kasvaa” jne. Erityisesti tällaisten sanojen yhdistäminen tiettyyn laskuoperaatioon on tärkeää, kun myöhemmin ratkotaan sanallisia tehtäviä. Sanallisten tehtävien ratkomisen onkin yksi kompastuskivistä monille niistä, joilla on matemaattisia oppimisvaikeuksia. Sanallisten tehtävien ratkaisemisessa tarvitaan tehtävän ja kielen ymmärtämisen lisäksi muun muassa hyviä toiminnanohjauksen taitoja, kuten työmuistia.

Lasten ja nuorten kanssa, joille suomi on toinen kieli, on erityisen tärkeää opettaa myös sanastoa, jota käytetään matematiikan opetuksessa ja jota tarvitaan matematiikan oppimisessa. Monimat-sivustolle on koottu matematiikan perusopetuksen sanasto, jota voidaan hyödyntää matematiikan ja kielen opetuksessa (<http://www.lukimat.fi/matematiikka/monimat/matematiikan-sanasto>).

Kielellisten ja matemaattisten taitojen vuorovaikutuksen luonne ei ole vielä täysin selvillä. Ensinnäkin eri tutkimuksissa on käytetty erilaisia testejä arvioimaan samaa kielellistä taitoa. Toiseksi kielellisiä taitoja on tarkasteltu suhteessa eri matemaattisiin taitoihin.

Tutkimus on kuitenkin osoittanut, että varhaiset kielelliset taidot, kuten sanavaraston hallinta, fonologinen tietoisuus ja kirjainten tunnistaminen, ovat vahvasti yhteydessä varhaisiin matemaattisiin taitoihin (mm. Praet, Titeca, Ceulemans & Desoete 2013). Matemaattiset oppimisvaikeudet ja lukemisen oppimisvaikeudet (dysleksia) esiintyvät varsin usein myös päällekkäin.



## *Toiminnanohjaus*

Kun lapsi tekee matemaattista tehtävää, hänen tulee osata säädellä toimintaansa: suunnitella, arvioida ja muuttaa tarvittaessa toimintastrategiaansa. Esimerkiksi päässä laskutehtävän ratkaisemisessa lapsen tulee käsitellä tietoa, seurata toimintaansa kohta kohdalta tehtävän edetessä ja pitää muistissa tehtävän kannalta olennaista tietoa (Baddeley & Logie 1999). Toiminnanohjausta käytetään usein yläkäsitteenä erilaisille kognitiivisille toiminnoille, kuten työmuistille, inhibitiolle ja kognitiiviselle joustavuudelle. Työmuistin merkitystä matemaattisten taitojen osamiseen ja kehitykseen on tutkittu viime aikoina runsaasti. Sen on havaittu olevan sekä yhteydessä että merkittävä ennustaja matematiikan osaamiselle (Hornung, Schiltz, Brunner & Martin 2014). Erityisesti visuospatiaalisella työmuistilla näyttää olevan tärkeä rooli siinä, miten lapset osaavat matematiikkaa. Ensinnäkin on havaittu, että lapset, joilla on heikot visuospatiaaliset taidot, suoriutuvat usein heikosti sekä laskemisen sujuvuudessa että sanallisissa tehtävissä. Toisaalta niillä lapsilla, joilla on matemaattisia oppimisvaikeuksia, on havaittu olevan ylipäätään heikot työmuistitaidot ikätovereihinsa verrattuna. Ei vain visuospatiaalisessa työmuistissa, mutta myös kielellisessä työmuistissa ja työmuistin keskusyksikön toiminnassa.

## *Motivaatio ja emotionit*

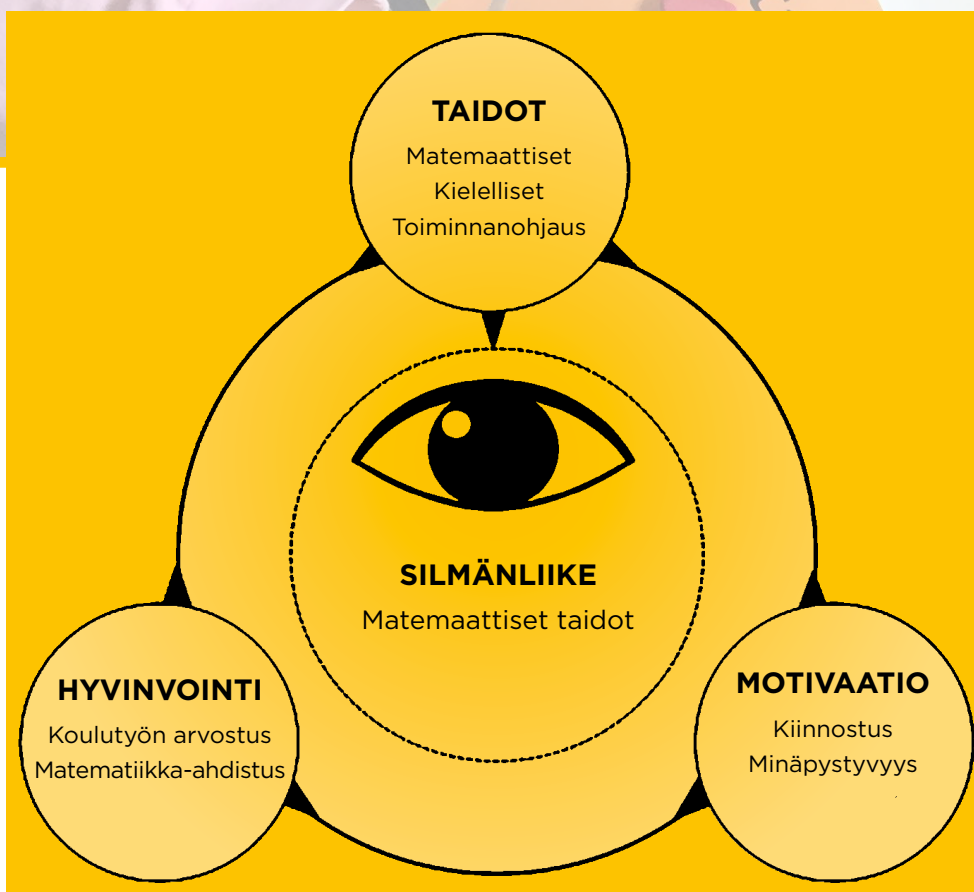
Motivaatiolla on keskeinen rooli kaikessa oppimisessa, myös matemaattisten taitojen oppimisessa. Tutkimuksissa on havaittu, että hyvät matemaattiset taidot ovat usein yhteydessä

vahvaan matematiikan oppimismotivaatioon. Toisaalta on myös oppilaita, joilla on hyvät matemaattiset ja kognitiiviset taidot mutta joiden heikko motivaatio ja kielteiset tunteet matematiikan oppimiseen vaikeuttavat heidän oppimistaan (Chang & Beilock 2016). Niillä oppilailla, joilla on oppimisvaikeuksia, saattaa olla usein jo alimmilla luokilla heikompi käsitys omista kyvyistään oppia matematiikkaa (esim. ”En ole hyvä matematiikassa.”) tai he osoittavat vähemmän kiinnostusta matematiikan oppimista kohtaan (Mononen, Aunio, Väisänen, Korhonen & Tapola 2017).

Joillakin oppilailla saattaa olla kielteisiä tunteita ja ahdistusta matematiikkaa kohtaan. Matematiikka-ahdistus on tavanomaisempaa ylemmillä luokilla, joskin sitä on havaittu jo alakoululaisillakin. Matematiikka-ahdistuksella on kielteinen vaikutus matematiikan osaamiseen. Yksi mahdollinen selitys tälle on se, että matematiikka-ahdistus kuormittaa oppilaan kognitiivisia resursseja, joita tarvitaan matemaattisten tehtävien ratkaisemisessa (Chang & Beilock 2016). Oppilas, joka kokee matematiikka-ahdistusta, mahdollisesti ajattelee ja murehtii omaa heikkoutaan suoritustaan ratkoessaan matemaattista tehtävää, jolloin hän ei pysty käyttämään kaikkea sitä työmuistikapasiteettia, joka hänellä muutoin olisi käytettävissään.

## *Oppimisympäristö*

Lapset tulevat päiväkotiin ja kouluun taustoiltaan erilaisista perheistä. Erityisesti amerikkalaisissa tutkimuksissa on havaittu, että lapset, jotka tulevat matalan sosioekonomisen tason



Kuvio 2. iSeeNumbers-projektissa tutkitaan miten eri taidot, motivaatio ja hyvinvointi ovat vuorovaikutuksessa matemaattisten taitojen kehityksessä.

perheistä, ovat usein jo koulun alkaessa jäljessä matemaattisten taitojen kehityksessä ja edistyvät hitaammin kuin ne lapset, jotka tulevat sosioekonomisesti keskitasoisista perheistä (Siegler & Ramani 2008). Voikin olla, että ne vanhemmat, joilla itsellään on hyvät matemaattiset taidot ja korkeammat odotukset lapsen matematiikan oppimiseen, myös tarjoavat lapsilleen enemmän matemaattisia aktiviteetteja kotona (Butterworth 2019) – vanhemmat pelaavat lastensa kanssa pelejä, joissa tarvitaan laskemista, kiinnittävät lapsen huomion ympäristöstä löytyviin lukumääriin ja laskevat niitä yhdessä. Näihin leikin ohessa harjoiteltaviin varhaisiin matemaattisiin taitoihin olisi kodin lisäksi tärkeää kiinnittää huomiota myös päivähoidossa.

Opetuksen tarjoajilla on vastuu antaa kaikille oppilaille korkeatasoista opetusta motivoivassa oppimisympäristössä. Opettajien rooli on tässä keskeinen, joskin olemassa olevat resurssit ja opetusolosuhteet vaikuttavat myös opetuksen onnistumiseen. Matematiikan opetuksen heikko taso – tai jopa puute – voi johtaa heikkoon osaamiseen.

### **iSeeNumbers -projektista uutta tutkimustietoa**

Nelivuotisessa iSeeNumbers-projektissa seuraamme 265 norjalaislapsen matemaattisten taitojen kehitystä ensimmäiseltä kolmannelle



luokalle. Matemaattisten taitojen lisäksi arvioimme lasten kielellisiä taitoja, toiminnanohjauksen taitoja sekä motivaatiota ja emootioita matemaatiikan oppimiseen liittyen. Olemme kiinnostuneita siitä, millaisia yksilöllisiä eroja lasten matemaattisten taitojen kehityksestä löytyy, sekä siitä, miten eri taidot, motivaatio ja hyvinvointi ovat vuorovaikutuksessa tässä kehityksessä. Lisäksi pyrimme selvittämään, mitkä tekijät selittävät parhaiten yksilöllisiä eroja matemaattisten taitojen kehityksessä ja mahdollisia oppimisvaikeuksia.

Lasten taitoja arvioidaan viisi kertaa kolmen kouluvuoden aikana. Jokaisella arviointikerralla lapset tulevat pienryhmässä seikkailupäivään yliopistolle ja tekevät useita erilaisia arviointitehtäviä pienryhmissä ja yksilöllisesti tutkimusavustajien ohjaamana. Ensimmäinen seikkailupäivä toteutettiin keväällä 2019, jolloin kaikki tehtävät liitettiin astronauttikoulutusteemaan. Idea aineistonkeruun toteuttamiseen seikkailupäivinä saatiin projektin australialaiselta yhteistyökollegalta, ja tähän mennessä se on osoittautunut varsin toimivaksi ja pidetyksi menetelmäksi niin opettajien kuin lasten keskuudessa. Perinteisten arviointimenetelmien lisäksi osa lapsista tekee myös matemaattisia tehtäviä, minkä aikana heidän silmänliikkeitään tutkitaan silmänliikekameran avulla. Silmänliikkeitä analysoimalla pyrimme saamaan selville erilaisia strategioita ja prosesseja, joita lapset käyttävät ratkoessaan matemaattista tehtävää. Myös lasten fysiologisia vasteita (hieneritys ja syke) mitataan näiden tehtävien aikana, ja niiden yhteyttä tarkastellaan matematiikka-ahdistukseen.

Toivomme, että projektin päättyessä pystymme kertomaan, mitkä tekijät ennustavat parhaiten matemaattisten taitojen kehittymistä ja ennaltaehkäisevät epäsuotuisaa taitojen kehittymistä tässä ikäryhmässä. Tutkimuksen tuloksia voidaan jatkossa käyttää muun muassa matemaattisten taitojen interventioiden kehittämisessä (esim. oppimispelit) erityisesti niille lapsille, joiden taitojen kehityksessä havaitaan epäsuotuisa suunta.

Projektin verkkosivuilta löytyy tarkempaa tietoa iSeeNumbers-projektista suomeksi, norjaksi ja englanniksi: <https://www.iseennumbers123.com/>

### Lähteet

- Baddeley, A. D. & Logie, R. H. 1999. Working memory. The multiple-component model. Teoksessa A. Miyake & P. Shah (toim.) Models of working memory. Mechanisms of active maintenance and executive control. Cambridge, UK: Cambridge University Press, s. 28–61.
- Butterworth, B. 2019. Dyscalculia. From science to education. Lontoo: Routledge.
- Chang, H. & Beilock, S. L. 2016. The math anxiety-math performance link and its relation to individual and environmental factors: A review of current behavioral and psychophysiological research. Current Opinion in Behavioral Sciences, 10, s. 33–38.
- Hornung, C., Schiltz, C., Brunner, M. & Martin, R. 2014. Predicting first-grade mathematics achievement: the contributions of domain-general cognitive abilities, nonverbal number sense, and early number competence. Frontiers in Psychology, 5, 1–18.
- Mononen, R., Aunio, P., Väisänen, E., Korhonen, J. & Tapola, A. 2017. Matemaattiset oppimisvaikeudet. Jyväskylä: PS-kustannus.
- Praet, M., Titeca, D., Ceulemans, A. & Desoete, A. 2013. Language in the prediction of arithmetics in kindergarten and grade 1. Learning and Individual Differences, 27, 90–96.
- Siegler, R. & Ramani, G. B. 2008. Playing linear numerical board games promotes low-income children's numerical development. Developmental Science, 11 (5), 655–661.
- World Health Organization (WHO). 2011. Tautiluokitus ICD-10 (3. painos). Saatavissa <https://thl.fi/documents/10531/1449887/ICD-10.pdf/8091c7cc-fda6-4e86-8ef9-7790d8d6a1a2> (Viitatuspäivä 20.7.2019).